

$$R(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|} \quad (2)$$

$$R(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau \quad (3)$$

$$R(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|} (\cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta\tau) \quad (4)$$

В выражения (2,3 и 4) входят параметры корреляционной функции, Параметр χ характеризует интенсивность затухания корреляционной функции χ и β , а следовательно, и динамику протекания исследуемого процесса.

Параметр β характеризует частотный состав исследуемого процесса. Размерность обоих параметров корреляционной функции сек⁻¹. Следующей числовой характеристикой случайного процесса является спектральная плотность $S(\omega)$ случайного процесса, которая связана преобразованием Фурье с корреляционной функцией.

Спектральная плотность случайного процесса

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{f_{max}} R(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad (5)$$

характеризует частотный состав процесса, позволяет выявить диапазон частот, на которые приходится максимальная дисперсия, а также установить частоту среза, характеризующую диапазон существенных частот процесса.

Если соотношения (2,3,4) подвергнуть преобразованию Фурье, то соответственно получим дробно рациональные выражения для аппроксимации спектральных плотностей:

$$S(\omega) = \frac{2D}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (6)$$

$$S(\omega) = \frac{2D\alpha}{\pi} \frac{\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2}{[(\omega^2 - (\alpha^2 + \beta^2)) + 4\alpha^2\omega^2]} \quad (7)$$

$$S(\omega) = \frac{4D\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2 + \beta^2}{[(\omega^2 - (\alpha^2 + \beta^2)) + 4\alpha^2\omega^2]} \quad (8)$$

Перечисленные оценки являются оценками случайных процессов и дают возможность дать характеристики составляющим случайного процесса m_x и $X^\circ(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. ЛУРЬЕ А.Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов. - Л.: Колос, 1970. - 376 с.
2. ПУТАЧЕВ В.С. Теория случайных функций. - М.: Физмашгиз, 1960. - 884 с.
3. СВЕШНИКОВ А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - М.: Наука, 1968. - 463 с.



ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ ЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ С ИЗБЫТОЧНОЙ ВЛАЖНОСТЬЮ В БУНКЕРЕ

А.И.МАНСИМОВ, кандидат технических наук,
А.Ш.ГОДЖАЕВ

Бакинский Государственный Товароведно-коммерческий институт

Теоретические исследования движения зерна в трубах и бункерах сельскохозяйственного назначения основывается, как правило, на дискретной идеализированной модели. В работах Л.В.Гячева [1], В.Ф. Семнова [2], В.А. Богомягих [3] и других исследователей рассматривается зерно в виде совокупности тел сферической формы, между которыми действуют силы сухого трения. Результаты теоретических исследований хорошо совпадают с экспериментальными для идеальных сыпучих сред, к которым можно отнести и сухие зернистые материалы сельскохозяйственного производства.

Зерновые материалы с повышенной и избыточной влажностью являются плохо сыпучими, обладают малой текучестью и имеют повышенную тенден-

цию к образованию застойных зон в накопительных емкостях различного назначения. Теории движения подобных зерновых материалов в трубе или бункере не существует, несмотря на ее особую практическую ценность.

В нашей работе предложена механическая модель зернового материала с избыточной влажностью и получено дифференциальное уравнение движения модели в бункере конической формы

$$\frac{dl}{dx} + k_1 l = \pi \rho_s g (R - bx)^2 - \frac{2b\rho_s q^2}{(R - bx)^3} - \rho_s q' - \frac{C_2 q}{\pi(R - bx)^2} \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} \right) - \frac{C_2 q}{\pi(R - bx)} - \sigma_1 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2 + 2xa + a^2} \right) - \sigma_1,$$

где F - сила, действующая на элементарный объем зерн со стороны вышележащих слоев (рис. 1); R - радиус верхнего поперечного сечения бункер;

b - $\text{tg} \alpha$ - тангенс угла между образующей бункера и осью ОХ; q - секундный объемный расход зернового материала; $P_x = P_0 (1 - \mu x)$ - плотность зернового материала, соответствующая координате x ; P_0 - плотность зернового материала, соответствующая координате $x=0$; μ - коэффициент пропорциональности; β - угол укладки зерен; $a=2 (\cos \beta + 1)$ - постоянный коэффициент зависящий от свойств зернового материала;

$k_1 = \frac{\text{tg} \beta \cdot \text{tg} \alpha}{2r_0 (1 + \text{tg} \beta \cdot \text{tg} \alpha) \cos \beta}$ - коэффициент сопротивления, зависящий от размеров и укладки зерен;

- коэффициент трения жидкостного трения зерен между собой зависящий от вязкости жидкости, смачивающий зерна, размеров и укладки зерна; g_0 - радиус зерна, применяемого за шар; η_0 - коэффициент вязкости жидкостной пленки; S_0 - площадь контактов зерен; $\Delta \rho$ - изменение плотности зерен, приходящейся на $\Delta x = 4\chi_0 \cos \beta$; n - число зерен, укладываемой в поперечном сечении бун-

кера с координатой x ; $C_2 = \frac{n \eta_0 S_0 P_0 (\cos \beta)^{-1}}{4 \Delta \rho \chi_0 (1 + \text{tg} \beta \cdot \text{tg} \alpha)}$ - коэффициент сопротивления жидкостного трения зерен о стенки бункера; $C_3 = \frac{2\pi C_0}{4r_0 (1 + \text{tg} \beta \cdot \text{tg} \alpha) \cos \beta}$ - коэффициент, характеризующий силы сцепления зерен между собой, P_3 - плотность материала зерна; $P_{ж}$ - плотность жидкости, k - коэффициент, зависящий от влажности зернового материала;

$C_2 = \frac{\pi^2 \sin \alpha}{2r_0 (1 + \text{tg} \alpha \text{tg} \beta) \cos \beta} \left(\frac{4}{3} \frac{r_0^2 P_3}{\rho_{ж} \delta^2} + 1 \right)$ - коэффициент сцепления со стенками бункера.

Решение дифференциального уравнения (1) при постоянных значениях q и q' имеет вид

$$F = e^{-k_1 x} \left\{ \int \left[\pi \rho_{ж} g (R - bx)^2 - \frac{2b \rho_{ж} q^2}{(R - bx)^3} - \rho_{ж} q' - \frac{C_2 q}{\pi (R - bx)^2} \right] \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} \right) - \frac{C_3 q}{\pi (R - bx)} - \sigma C_1 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+a)^2} \right) - \sigma C_2 \right\} e^{k_1 x} dx + C \quad (2)$$

Предположим, что зерно в емкости совершает движение под действием сил

F_a и F_b (рис. 2) приложенных к ведущему aa' и ведомому bb' плунжерам.

Выполнив интегрирования выражения (2) и определив постоянную интегрирования C из условия, что при $x=x_a$, $F=F_a$ получим:

$$F = F_a e^{-k_1(x-x_a)} + a_1 [J_1(t) - J_1(t_a) e^{-k_1(x-x_a)}] + a_2 [J_2(t) - J_2(t_a) e^{-k_1(x-x_a)}] + q^2 a_3 J_3(t, t_a) + q^2 a_4 J_4(t, t_a) - a_4 q' J_1(x, x_a) - q a_4 J_3(x, x_a) + q a_4 J_3(t, t_a) + q a_4 J_6(t, t_a) + q a_4 J_4(x, x_a) - a_4 q J_7(t, t_a) + a_{10} q J_8(t, t_a) + \frac{C_2 q}{\pi b} J_9(t, t_a) - \sigma C_3 J_5(x, x_a) + \sigma C_3 J_6(x, x_a) - \frac{C_3 q}{k_1} J_7(x, x_a); \quad (3)$$

$$J_1(t) = \frac{t^2}{k_1} - \frac{2t}{k_1^2} + \frac{2}{k_1^3}; \quad J_1(t_a) = \frac{t_a^2}{k_1} - \frac{2t_a}{k_1^2} + \frac{2}{k_1^3}; \quad (5)$$

$$t_a = x - \frac{R_0}{b}; \quad (7) \quad J_2(t) = \frac{t^3}{k_1} - \frac{3t^2}{k_1^2} + \frac{6t}{k_1^3} - \frac{6}{k_1^4}; \quad (8)$$

$$J_2(t_a) = \frac{t_a^3}{k_1} - \frac{3t_a^2}{k_1^2} + \frac{6t_a}{k_1^3} - \frac{6}{k_1^4}; \quad (9)$$

$$J_3(t, t_a) = \left[-\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{2t_a^2} - \frac{k_1}{t} + \frac{k_1}{t_a} + k_1 \ln \left| \frac{t}{t_a} \right| + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-2)} (t^{n-2} - t_a^{n-2}) \right] e^{-k_1 t}; \quad (10)$$

$$J_4(t, t_a) = J_6(t, t_a) = J_8(t, t_a) = \left[-\frac{1}{t} + \frac{1}{t_a} + k_1 \ln \left| \frac{t}{t_a} \right| + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-1)} (t^{n-1} - t_a^{n-1}) \right] e^{-k_1 t}; \quad (11)$$

$$J_1(x, x_a) = J_7(x, x_a) = 1 - e^{-k_1(x-x_a)}; \quad (12)$$

$$J_2(x, x_a) = \frac{x}{k_1} - \frac{1}{k_1^2} - \left(\frac{x_a}{k_1} - \frac{1}{k_1^2} \right) e^{-k_1(x-x_a)}; \quad (13)$$

$$J_3(x, x_a) = \left[\ln \left| \frac{x}{x_a} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!n} (x^n - x_a^n) \right] e^{-k_1 x} \quad (14)$$

$$J_4(x, x_a) = \left\{ \ln \left| \frac{x+a}{x_a+a} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!n} [(x+a)^n - (x_a+a)^n] \right\} e^{-k_1(x+a)}; \quad (15)$$

$$J_5(t, t_a) = J_7(t, t_a) = J_9(t, t_a) = \left[\ln \left| \frac{t}{t_a} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!n} (t^n - t_a^n) \right] e^{-k_1 t} \quad (16)$$

$$J_6(x, x_a) = \left[-\frac{1}{x} + \frac{1}{x_a} + k_1 \ln \left| \frac{x}{x_a} \right| + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-1)} (x^{n-1} - x_a^{n-1}) \right] e^{-k_1 x} \quad (17)$$

$$J_8(x, x_a) = \left\{ \frac{x-a}{(x+a)(x_a+a)} + k_1 \ln \left| \frac{x+a}{x_a+a} \right| + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-1)} [(x+a)^{n-1} - (x_a+a)^{n-1}] \right\} e^{-k_1(x+a)}; \quad (18)$$

$$a = 2r_n(1 + \cos\beta) \quad (19)$$

$$a_1 = \pi\rho_n b g \quad (20)$$

$$a_1 = \frac{2\rho_n(b + \gamma R)}{h^3} \quad (22)$$

$$a_4 = \frac{2\rho_n \gamma}{h^2} \quad (23)$$

$$a_8 = \rho_n \gamma \quad (25);$$

$$a_7 = \frac{C_2}{\pi R^2} \quad (26)$$

$$a_9 = \frac{C_1}{\pi(ub + R)^2} \quad (28)$$

$$a_{10} = \frac{C_3}{\pi(ab + R)} \quad (29)$$

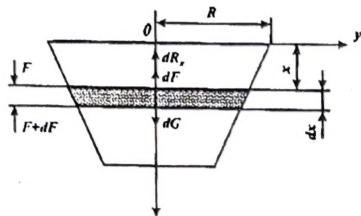


Рис. 1. Силы действующие на элементарно тонкий слой зернового материала

Предположив, что при $x=x_b$, $F=F_b$ выразим значение силы F через F_b , соответствующую координату x_b

$$F = F_b e^{-k_1(x-x_b)} + a_1[J_1(t) - J_1(t_b)e^{-k_1(x-x_b)}] + a_2[J_2(t) - J_2(t_b)e^{-k_1(x-x_b)}] + q^2 a_3 J_3(t, t_b) + q^2 a_4 J_4(t, t_b) - a_5 q J_5(x, x_b) - q^2 a_6 J_6(x, x_b) - q a_7 J_7(x, x_b) + q a_8 J_8(t, t_b) + q a_9 J_9(x, x_b) - a_{10} q J_{10}(t, t_b) + \frac{C_2 q}{\pi b} J_{11}(t, t_b) - \sigma C_1 J_{12}(x, x_b) + \sigma C_3 J_{13}(x, x_b) \quad (30)$$

В этом уравнении неизвестные, содержащие x_b и t_b могут быть определены по соответствующим формулам (5), (7), (9) (18); заменив в них координату x_a на x_b , а координату t_a на t_b . Постоянные коэффициенты $a, a_1 \dots a_{10}$ зависят от свойств и состояния зернового материала и могут быть определены по формулам (19)... (29).

Приравняв значение силы F из формул (3) и (30), получим

$$F_b = F_b e^{-k_1(x-x_b)} + a_1[J_1(t_b) - J_1(t_a)e^{-k_1(x_b-x_a)}] + a_2[J_2(t_b) - J_2(t_a)e^{-k_1(x_b-x_a)}] + q^2 a_3 J_3(t_a, t_b)e^{-k_1(x_b-x_a)} + q^2 a_4 J_4(t_a, t_b)e^{-k_1(x_b-x_a)} + a_5 q [1 + e^{-k_1(x_b-x_a)}] + q^2 a_6 J_6(x_a, x_b) + q a_7 J_7(x_a, x_b) + q a_8 J_8(t_a, t_b)e^{-k_1(x_b-x_a)} + q a_9 J_9(x_a, x_b)e^{-k_1(x_b-x_a)} + q a_{10} J_{10}(t_a, t_b)e^{-k_1(x_b-x_a)} + \frac{\sigma C_2}{\pi b} [1 + e^{-k_1(x_b-x_a)}] + \sigma C_1 J_{12}(x_a, x_b)e^{-k_1(x_b-x_a)} + \sigma C_3 J_{13}(x_a, x_b)e^{-k_1(x_b-x_a)} + \frac{\sigma C_3}{k_1} [1 + e^{-k_1(x_b-x_a)}]; \quad (31)$$

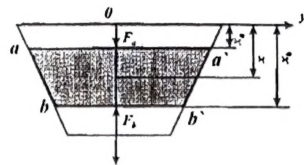


Рис. 2. Движение связанного зернового материала в конической емкости под действием ведущего aa' и ведомого bb' плунжеров.

Выражение (31) устанавливает зависимость расхода из бункера, связанного зернового материала и силами, действующими на ведущие aa' и ведомое сечение bb' . Оно может быть использовано для определения установившегося расхода g по заданным силам F_a и F_b , либо для определения сил при известном расходе.

Предложив, что между абсолютно гладкими зернами нет слоя жидкости ($\tau=0$; $\delta=0$) и плотность зернового материала во всех сечениях бункера одинакова ($\gamma=0$) уравнение (31) получает вид найденный в работе (2) Л.В.Гячевым.

$$J_3(t_a, t_b) = \frac{1}{2t_a^2} + \frac{k_1}{t_a} - \frac{1}{2t_b^2} - \frac{k_1}{t_b} + k_1^2 \ln \left| \frac{t_b}{t_a} \right| + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-2)} (t_b^{n-2} - t_a^{n-2}); \quad (32)$$

$$J_4(t_a, t_b) = J_6(t_a, t_b) = J_8(t_a, t_b) = \left[\frac{1}{t_a} - \frac{1}{t_b} + k_1 \ln \left| \frac{t_b}{t_a} \right| + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-1)} (t_b^{n-1} - t_a^{n-1}) \right] e^{-k_1 t} \quad (33)$$

$$J_2(x_a, x_b) = \frac{x_b}{k_1} - \frac{1}{k_1^2} + \left(\frac{x_a}{k_1} - \frac{1}{k_1^2} \right) e^{-k_1(x_b-x_a)}; \quad (34)$$

$$J_1(x_a, x_b) = \ln \left| \frac{x_a}{x_b} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!n} (x_a^n - x_b^n); \quad (35)$$

$$J_5(t_a, t_b) = J_7(t_a, t_b) = J_9(t_a, t_b) = \ln \left| \frac{t_a}{t_b} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!n} (t_a^n - t_b^n) \quad (36)$$

$$J_1(x_a, x_b) = \ln \left| \frac{x_a}{x_b} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!n} [(x_a + a)^n - (x_b + a)^n] \quad (37)$$

$$J_5(x_a, x_b) = \frac{1}{x_b} - \frac{1}{x_a} + k_1 \ln \left| \frac{x_a}{x_b} \right| + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-1)} (x_a^{n-1} - x_b^{n-1}); \quad (38)$$

$$J_6(x_a, x_b) = \frac{1}{x_a + a} - \frac{1}{x_b + a} + k_1 \ln \left| \frac{x_b + a}{x_a + a} \right| + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_1^n}{n!(n-1)} [(x_b + a)^{n-1} - (x_a + a)^{n-1}]. \quad (39)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гячев Л.В. Движение сыпучих материалов в трубах и бункерах. - М.: Машиностроение, 1968. - 184 с.
2. Семенов В.Ф. Механико-технологические основы истечения зернистых сельскохозяйственных материалов из емкостей: Автореф. дис. докт. техн. наук. - Новосибирск, 1980 - 450 с.
3. Богомыжных В.А. Теория и расчет бункеров для зернистых материалов. - Ростов н/Д. Изд-во РГУ. 1973. - 147с.